

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Мордовский государственный  
педагогический университет имени М.Е. Евсевьева»**

Физико-математический факультет

Кафедра Математики и методики обучения математике

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
Алгебра и теория чисел**

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика. Физика

Форма обучения: Очная

Разработчики:

канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры Математики и методики обучения математике Ладоскин М. В.

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 9 от 19.03.2022 года

И. о. зав. кафедрой



Храмова Н. А.

## **1. Цель и задачи изучения дисциплины**

Цель изучения дисциплины - воспитание общей алгебраической и теоретико-числовой культуры, необходимой будущему учителю математики для глубокого понимания целей и задач обучения в системе среднего образования с учетом содержательной специфики курсов «Математика», «Алгебра и начала анализа», «Геометрия»; видение логических и содержательно-методических связей в предметной математической области

Задачи дисциплины:

- - систематическое изучение наиболее важных типов алгебраических систем, в частности, групп, колец, полей, векторных пространств;
- - рассмотрение одних из важнейших примеров колец – кольца классов вычетов и кольца многочленов от одной переменной над полем, выяснение их важнейших свойств;
- - формирование навыков решения сравнений и применения их к арифметическим задачам;
- - решение проблемы делимости в кольце целых чисел и в кольце многочленов от одной переменной над полем;
- - решение проблемы существования корней многочленов над полем.

## **2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО**

Дисциплина К.М.08.02 «Алгебра и теория чисел» относится к обязательной части учебного плана.

Дисциплина изучается на 1, 2 курсе, в 1, 2, 3, 4 семестрах.

Для изучения дисциплины требуется: знание школьного курса алгебры и начал

математического анализа

Освоение дисциплины К.М.08.02 «Алгебра и теория чисел» является необходимой основой для последующего изучения дисциплин (практик):

Методика обучения математике;

Учебная (ознакомительная) практика;

Математическая логика и теория алгоритмов.

Область профессиональной деятельности, на которую ориентирует дисциплина «Алгебра и теория чисел», включает: 01 Образование и наука (в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования, профессионального обучения, профессионального образования, дополнительного образования).

Типы задач и задачи профессиональной деятельности, к которым готовится обучающийся, определены учебным планом.

### 3. Требования к результатам освоения дисциплины

Выпускник должен обладать следующими универсальными компетенциями (УК):

| <b>УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности                | знать:<br>- линейную алгебру как основу школьного курса алгебры;<br>- теорию чисел как основу школьного курса алгебры;<br>- алгебру многочленов школьного курса алгебры;<br>уметь:<br>- обосновывать построение основных алгебраических структур в школьном курсе;<br>- выделять теоретико-числовые основы школьного курса математики;<br>владеть:<br>- методами решения уравнений различных степеней;<br>- методами отделения корней уравнения. |

Выпускник должен обладать следующими профессиональными компетенциями (ПК):

| <b>ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области элементарной математики                                                         | знать:<br>- структуру, состав и дидактические единицы предметной области алгебры и теории чисел: основные понятия теории чисел и алгебры многочленов и аналитической геометрии, их свойства и отношения между ними, а также основные теоремы алгебры и теории чисел и приемы их доказательства;<br>уметь:<br>- видоизменять и преобразовывать структуру, состав и дидактические единицы предметной области алгебры и теории чисел: решать основные типы задач алгебры и теории чисел и доказывать основные теоремы алгебры и теории чисел разными методами;<br>владеть:<br>- приемами видоизменения и преобразования структуры, состава и дидактических единиц предметной области алгебры и теории чисел: методами и приемами решения основных типов задач алгебры и теории чисел и доказательства основных теорем. |
| ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных                                                                        | знать:<br>- базис решения математической задачи;<br>уметь:<br>- осуществлять рациональный выбор способа решения                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |

|                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО                                                                                                                                      | задачи из нескольких возможных вариантов; владеть:<br>- основными способами анализа математической обработки информации;<br>- способностью к анализу, восприятию информации.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| <b>ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)                                    | <p>знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- прикладной аспект алгебры и теории чисел в изучении других учебных предметов и реальной жизни;</li> <li>- способы интеграции алгебры и теории чисел и других учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.);</li> </ul> <p>уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать прикладной аспект алгебры и теории чисел в изучении других учебных предметов и реальной жизни;</li> <li>- организовывать развивающую учебную деятельность (исследовательскую, проектную, групповую и др.) в изучении алгебры и теории чисел;</li> </ul> <p>владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- способами интеграции элементарной математики и других учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).</li> </ul> |

#### 4. Объем дисциплины и виды учебной работы

| Вид учебной работы                         | Всего часов | Второй семестр | Третий семестр | Четвертый семестр |
|--------------------------------------------|-------------|----------------|----------------|-------------------|
| <b>Контактная работа (всего)</b>           | <b>162</b>  | <b>58</b>      | <b>54</b>      | <b>50</b>         |
| Лекции                                     | 54          | 20             | 18             | 16                |
| Практические                               | 108         | 38             | 36             | 34                |
| <b>Самостоятельная работа (всего)</b>      | <b>55</b>   | <b>20</b>      | <b>22</b>      | <b>13</b>         |
| <b>Виды промежуточной аттестации</b>       |             |                |                |                   |
| Экзамен                                    | 71          | 30             | 32             | 9                 |
| <b>Общая трудоемкость часы</b>             | <b>288</b>  | <b>108</b>     | <b>108</b>     | <b>72</b>         |
| <b>Общая трудоемкость зачетные единицы</b> | <b>8</b>    | <b>3</b>       | <b>3</b>       | <b>2</b>          |

#### 5. Содержание дисциплины

##### 5.1. Содержание разделов дисциплины

###### Раздел 1. Линейная алгебра:

Линейные пространства. Базис в сумме и пересечении линейных подпространств. Матрица перехода к новому базису. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису. Линейные операторы. Спектр линейного оператора.

###### Раздел 2. основные алгебраические структуры:

Группы. Подгруппы. Кольца. Поля. Комплексные числа. Тригонометрическая форма записи комплексного числа.

###### Раздел 3. Экзамен:

Итоговое занятие по 2 семестру.

###### Раздел 4. Теория делимости:

Кольцо целых чисел. НОД и НОК целых чисел. Подходящие и цепные дроби. Признаки делимости. Линейные диофантовы уравнения.

## **Раздел 5. Теория сравнений:**

Понятие сравнения. Системы сравнений. Теоремы Эйлера и Ферма. Китайская теорема об остатках.

## **Раздел 6. Экзамен:**

Систематизация знаний за третий семестр.

## **Раздел 7. Многочлены от одной переменной:**

Кольцо многочленов от одной переменной. Метод отделения корней многочлена. Производная многочлена. Теорема о делении с остатком в кольце многочленов.

## **Раздел 8. Многочлены от нескольких переменных:**

Кольцо многочленов от нескольких переменных. Симметрические многочлены. Результант многочленов. Формулы Кардано и Феррари.

## **Раздел 9. Экзамен:**

Повторение и систематизация материала за четвертый семестр.

### **5.2. Содержание дисциплины: Лекции (54 ч.)**

#### **Раздел 1. Линейная алгебра (10 ч.)**

##### **Тема 1. Линейные пространства (2 ч.)**

Определение линейного пространства. Линейная зависимость и независимость. Базис в линейном пространстве. Теорема о разложении вектора по базису

##### **Тема 2. Базис в сумме и пересечении линейных подпространств (2 ч.)**

Определение линейного подпространства. Сумма линейных подпространств. Нахождение базиса в сумме линейных подпространств. Пересечение линейных подпространств. Базис в пересечении линейных подпространств

Тема 3. Матрица перехода к новому базису. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису (2 ч.)

Координаты вектора. Нахождение координат вектора. Матрица замены базиса. Замена матрицы координат вектора при замене базиса

##### **Тема 4. Линейные операторы (2 ч.)**

Матрица линейного оператора. Геометрические линейные операторы, построение их матриц. Изменение матрицы линейного оператора при замене базиса

##### **Тема 5. Спектр линейного оператора (2 ч.)**

Спектр линейного оператора. Условие диагонализруемости линейного оператора. Геометрическая и алгебраическая кратность собственного значения

#### **Раздел 2. Основные алгебраические структуры (10 ч.)**

##### **Тема 6. Группы (2 ч.)**

Определение группы. Примеры групп: группа подстановок, матричные группы, функциональные группы. Таблица Кэли группы. Исследование свойств групп на основе таблицы Кэли

##### **Тема 7. Подгруппы (2 ч.)**

Понятие подгруппы. Факторгруппы. Факторизация группы по подгруппе. Нормальная подгруппа. Исследование свойств подгруппы по таблице Кэли.

##### **Тема 8. Кольца. Поля. (2 ч.)**

Понятие кольца. Свойства колец. Примеры колец. Кольцо целых чисел и кольцо матриц как основные модельные примеры колец. Поле. Примеры полей

##### **Тема 9. Комплексные числа (2 ч.)**

Построение поля комплексных чисел. Понятие комплексного числа. Действия над комплексными числами. различные формы записи комплексного числа. действия над числами в различной форме записи.

##### **Тема 10. Тригонометрическая форма записи комплексного числа (2 ч.)**

Действия над числами в тригонометрической форме. Формула Муавра. Группа корней  $n$ -й степени из комплексного числа

#### **Раздел 4. Теория делимости (10 ч.)**

##### **Тема 11. Кольцо целых чисел (2 ч.)**

Идеалы кольца целых чисел. Кольцо главных идеалов. Каноническое разложение числа на простые множители

Тема 12. НОД и НОК целых чисел (2 ч.)

Алгоритм Евклида. Нахождение НОД и НОК с помощью алгоритма Евклида. Решение уравнений в целых числах

Тема 13. Подходящие и цепные дроби (2 ч.)

Цепные дроби. Подходящие дроби. Применение цепных дробей к представлению десятичных дробей

Тема 14. Признаки делимости (2 ч.)

Вывод и доказательство признаков делимости. Универсальный признак делимости.

Тема 15. Линейные диофантовы уравнения (2 ч.)

Решение уравнений в целых числах. Линейные уравнения от двух переменных.

Структура решения и метод решения с помощью алгоритма Евклида

### **Раздел 5. Теория сравнений (8 ч.)**

Тема 16. Понятие сравнения (2 ч.)

Определение сравнения. Решение сравнений с помощью таблиц Кэли. Структура множества решений сравнения первой степени

Тема 17. Системы сравнений (2 ч.)

Системы сравнений по одному модулю. Методы решения. Системы сравнений по разным модулям.

Тема 18. Теоремы Эйлера и Ферма (2 ч.)

Теорема Эйлера. Теорема Ферма. Теорема Вильсона.

Тема 19. Китайская теорема об остатках (2 ч.)

Китайская теорема об остатках. Два способа доказательства. Приложения к решению задач школьного курса и олимпиадных.

### **Раздел 7. Многочлены от одной переменной (8 ч.)**

Тема 20. Кольцо многочленов от одной переменной (2 ч.)

Построение кольца многочленов от одной переменной. Свойства кольца многочленов от одной переменной.

Тема 21. Метод отделения корней многочлена (2 ч.)

Теорема о количестве корней многочлена на промежутке. Метод Штурма. Теорема Штурма

Тема 22. Производная многочлена (2 ч.)

Понятие производной многочлена. Метод отделения кратных корней. Использование понятия производной многочлена для решения задач школьного курса

Тема 23. Теорема о делении с остатком в кольце многочленов (2 ч.)

Теорема о делении с остатком в кольце многочленов. Алгоритм Евклида. Каноническое разложение многочленов

### **Раздел 8. Многочлены от нескольких переменных (8 ч.)**

Тема 24. Кольцо многочленов от нескольких переменных (2 ч.)

Кольцо многочленов от одной переменной. Существование кольца многочленов от нескольких переменных. Изоморфизм колец многочленов

Тема 25. Симметрические многочлены (2 ч.)

Основная теорема о симметрических многочленах. Доказательство лемм о симметрических многочленах.

Тема 26. Результант многочленов (2 ч.)

Результант многочленов. Применение к решению систем уравнений

Тема 27. Формулы Кардано и Феррари (2 ч.)

Формулы решения уравнений 3й и 4й степеней

## **5.3. Содержание дисциплины: Практические (108 ч.)**

### **Раздел 1. Линейная алгебра (18 ч.)**

Тема 1. Базисы в сумме и пересечении линейных подпространств (2 ч.)

1. Алгоритм нахождения базиса в сумме линейных пространств, заданных линейными

оболочками.

2. Алгоритм нахождения базиса в пересечении линейных пространств, заданных линейными оболочками

#### Тема 2. Ранг матрицы (2 ч.)

1. Ранг матрицы. Ранг системы векторов.
2. Применение теоремы Кронекера –Капелли к решению задач.
3. Нахождение обратной матрицы методом алгебраических дополнений

#### Тема 3. Линейное отображение (2 ч.)

1. Линейное отображение.
2. Запись матрицы линейного отображения и линейного оператора.

#### Тема 4. Ядро и образ линейного оператора (2 ч.)

1. Вычисление ядра линейного оператора, заданного матрицей.
2. Вычисление образа линейного оператора, заданного матрицей

#### Тема 5. Замена базиса в линейном пространстве (2 ч.)

1. Замена базиса в линейном пространстве.
2. Изменение матриц координат вектора при замене базиса

#### Тема 6. Изменение матрицы линейного оператора при замене базиса (2 ч.)

1. Изменение матрицы линейного оператора при замене базиса
2. Изменение матрицы линейного отображения при замене матриц в пространстве образов и прообразов

#### Тема 7. Геометрические операторы (2 ч.)

1. Исследование матриц линейных операторов симметрии
2. Исследование матриц линейного оператора проекции

#### Тема 8. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора (2 ч.)

1. Построение характеристического уравнения
2. Нахождение собственных чисел линейного оператора
3. Нахождение собственных векторов линейного оператора

#### Тема 9. Контрольная работа по теме Линейные пространства (2 ч.)

1. Выполнение контрольной работы по теме "Линейные операторы и линейные пространства»

### **Раздел 2. основные алгебраические структуры (18 ч.)**

#### Тема 10. Понятие группы (2 ч.)

1. Примеры групп. Проверка групповых свойств.
2. Таблица Кэли

#### Тема 11. Группа подстановок. Подгруппа (2 ч.)

1. Группа подстановок.
2. Подгруппы группы подстановок. Изоморфизм подгрупп

#### Тема 12. Кольца. Примеры колец (2 ч.)

1. Кольцо. Примеры колец.
2. Коммутативные кольца. Некоммутативные кольца.
3. Подкольцо. Идеалы колец

#### Тема 13. Поле. Примеры полей. (2 ч.)

1. Понятие поля.
2. Операции в поле
3. Обратимость элемента. Доказательство свойств поля

#### Тема 14. Поле комплексных чисел (2 ч.)

1. Поле комплексных чисел.
2. Действия над числами в алгебраической форме

#### Тема 15. Тригонометрическая форма записи комплексного числа (2 ч.)

1. Тригонометрическая форма записи комплексного числа
2. Действия над числами в тригонометрической форме

#### Тема 16. Корни из комплексного числа (2 ч.)

1. Формула Муавра.
2. Корни из комплексного числа. группа корней  $n$ -ой степени из 1.
3. Изоморфизм и свойства группы. Первообразные корни

Тема 17. Матричное представление комплексных чисел (2 ч.)

1. Матричное представление комплексных чисел.
2. Действия над комплексными числами

Тема 18. Контрольная работа по теме "Комплексные числа" (2 ч.)

1. Выполнение контрольной работы по теме "Комплексные числа"

### **Раздел 3. Экзамен (2 ч.)**

Тема 19. Итоговое занятие по 2 семестру (2 ч.)

1. Обобщение и систематизация знаний по материалу 2 семестра.
2. Подготовка к экзамену

### **Раздел 4. Теория делимости (18 ч.)**

Тема 20. Теория делимости (2 ч.)

1. Признаки делимости.
2. Деление с остатком.
3. Алгоритм Евклида

Тема 21. НОК и НОД целых чисел (2 ч.)

1. Нахождение НОД и НОК целых чисел с помощью алгоритма Евклида.
2. Нахождение канонического разложения.
3. Нахождение НОД и НОК с помощью канонического разложения

Тема 22. Подходящие и цепные дроби (2 ч.)

1. Подходящие дроби.
2. Алгоритм получения числителя и знаменателя подходящей дроби.
3. Применение к решению задач школьного курса

Тема 23. Признаки делимости (2 ч.)

1. Вывод признаков делимости.
2. Применение делимости к решению задач

Тема 24. Решение задач школьного курса (2 ч.)

1. Решение задач школьного курса на теорию делимости.
2. Олимпиадные задачи.
3. Задачи ЕГЭ

Тема 25. Решение диофантовых уравнений (2 ч.)

1. Понятие целочисленного уравнения.
2. Линейные диофантовы уравнения.

Тема 26. Методы решения нелинейных диофантовых уравнений (2 ч.)

1. Метод подбора
2. Метод оценки

Тема 27. Основные числовые функции (2 ч.)

1. Число натуральных делителей числа
2. Сумма натуральных делителей

Тема 28. Контрольная работа по теме теория делимости (2 ч.)

1. Выполнение контрольной работы по теме "Теория делимости"

### **Раздел 5. Теория сравнений (16 ч.)**

Тема 29. Сравнения (2 ч.)

1. Примеры сравнений.
2. Решение сравнений первой степени методом подбора
3. Решение сравнений по таблице Кэли

Тема 30. Системы сравнений (2 ч.)

1. Решение систем сравнений методом Гаусса
2. Решений сравнений по формулам Крамера

Тема 31. Системы сравнений по разным модулям (2 ч.)



1. Решение сравнений по разным модулям.
2. Применение китайской теоремы об остатках

Тема 32. Применение сравнений в школьном курсе (2 ч.)

1. Применение сравнений и систем по одному модулю в решении задач школьного курса и олимпиадных
2. Применение китайской теоремы об остатках в школьном курсе

Тема 33. Сравнения высших порядков (2 ч.)

1. Методы решения сравнений высших порядков.
2. Теория индексов

Тема 34. Вычеты. (2 ч.)

1. Квадратичные вычеты и невычеты.
2. Решение сравнений второго порядка с помощью вычетов

Тема 35. Метод Эйлера (2 ч.)

1. Метод Эйлера решения сравнений.
2. Применение теоремы Вильсона

Тема 36. Контрольная работа по теме «Теория сравнений» (2 ч.)

Выполнение контрольной работы по теме «Теория сравнений»

### **Раздел 6. Экзамен (2 ч.)**

Тема 37. Систематизация знаний за третий семестр (2 ч.)

1. Повторение и систематизация знаний за 3 семестр
2. Подготовка к экзамену

### **Раздел 7. Многочлены от одной переменной (16 ч.)**

Тема 38. Многочлены от одной переменной (2 ч.)

1. Понятие многочлена от одной переменной.
2. Корень многочлена.
3. Теорема Безу

Тема 39. Теорема о делении с остатком (2 ч.)

1. Деление с остатком в кольце многочленов
2. Алгоритм Евклида

Тема 40. НОД и НОК многочленов (2 ч.) 1 НОД  
многочленов алгоритмом Евклида  
2. НОК многочленов

Тема 41. Многочлены третьей и четвертой степеней (2 ч.)

1. Решение уравнений третьей степени по формулам Кардано
2. Решение уравнений четвертой степени по формулам Феррари

Тема 42. Кратные корни (2 ч.)

1. Понятие кратного корня.
2. Отделение корней многочлена.
3. Метод Штурма

Тема 43. Схема Горнера (2 ч.)

1. Применение схемы Горнера к нахождению значений многочлена
2. Применение схемы Горнера к делению многочленов.

Тема 44. Неприводимые многочлены (2 ч.)

1. Неприводимые многочлены.
2. Каноническое разложение над вещественными числами
3. Каноническое разложение над комплексными числами

Тема 45. Контрольная работа по теме "Многочлены от одной переменной" (2 ч.)

1. Выполнение контрольной работы "Многочлены от одной переменной"

### **Раздел 8. Многочлены от нескольких переменных (16 ч.)**

Тема 46. Многочлены от нескольких переменных (2 ч.)

1. Многочлены от нескольких переменных
2. Нормальное представление многочлена

Тема 47. Лексикографическое упорядочивание (2 ч.)

1. Отношение порядка на одночленах
2. Высшие члены
3. Нахождение высших членов

Тема 48. Теорема Виета (2 ч.)

1. Теорема Виета
2. Выражение многочлена от корней через коэффициенты

Тема 49. Полиномы над целыми и рациональными числами (2 ч.)

1. Критерий Эйзенштейна
2. Каноническое разложение над целыми числами

Тема 50. Многочлены над конечными полями и кольцами (2 ч.)

1. Многочлены над кольцами вычетов
2. Многочлены над полями вычетов

Тема 51. Многочлены от нескольких переменных в ЕГЭ (2 ч.)

1. Решение задач на применение теории многочленов в школьном курсе

Тема 52. Результат полиномов (2 ч.)

1. Вычисление результата.
2. Применение результата к решению систем и задач с параметром

Тема 53. Контрольная работа по теме «Многочлены от нескольких переменных» (2 ч.)

1. Выполнение контрольной работы по теме «Многочлены от нескольких переменных»

**Раздел 9. Экзамен (2 ч.)**

Тема 54. Повторение и систематизация материала за четвертый семестр (2 ч.)

1. Повторение и систематизация материала за третий семестр.
2. Подготовка к экзамену

**6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (разделу)**

**6.1 Вопросы и задания для самостоятельной работы Второй семестр (20ч.)**

**Раздел 1. Линейная алгебра (10 ч.)**

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Подготовка и отчет по индивидуальному домашнему заданию по теме "Решение систем линейных уравнений"

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Подготовка к контрольной работе по теме "Линейная алгебра"

Вид СРС: Подготовка к коллоквиуму

Подготовка коллоквиуму по теме "Определители. Линейные пространства"

**Раздел 2. Основные алгебраические структуры (10 ч.)**

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение и отчет по индивидуальному домашнему заданию по теме "Группы. Подгруппы. фактор-группы"

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Подготовка к контрольной работе по теме "

Комплексные числа"

Вид СРС: Подготовка к коллоквиуму

Подготовка коллоквиуму по теме "Группы. Кольца. Поля"

**Третий семестр (22 ч.)**

**Раздел 4. Теория делимости (11 ч.)**

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Подготовиться к выполнению индивидуального домашнего задания по теме "Теория делимости"

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе Подготовка к контрольной работе по теме

"Алгоритм Евклида. НОД и НОК"

Вид СРС: Подготовка к коллоквиуму

Подготовка к коллоквиуму по теме "Теория делимости и ее приложения"

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Подготовка к тестированию по модулю теория делимости

### **Раздел 5. Теория сравнений (11 ч.)**

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Подготовка к выполнению индивидуального домашнего задания по теме «Теория сравнений»

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Подготовка к контрольной работе по теме "Решение сравнений и их систем"

Вид СРС: Подготовка к коллоквиуму

Подготовка к коллоквиуму по теме "Теория сравнений и их приложения"

### **Четвертый семестр (13 ч.)**

#### **Раздел 7. Многочлены от одной переменной (7 ч.)**

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение и отчет по индивидуальному домашнему заданию "НОД и НОК многочленов"

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Подготовка к контрольной работе по теме "Схема Горнера. Теорема Безу"

Вид СРС: Подготовка к коллоквиуму

Подготовка к коллоквиуму по теме "Многочлены от одной переменной"

#### **Раздел 8. Многочлены от нескольких переменных (6 ч.)**

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение и отчет по индивидуальному домашнему заданию по теме "Результант полиномов. Метод Штурма"

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе Подготовка к контрольной работе по теме "Симметрические полиномы"

Вид СРС: Подготовка к коллоквиуму Подготовка к коллоквиуму по теме "Многочлены от нескольких переменных"

### **7. Тематика курсовых работ(проектов)**

Курсовые работы (проекты) по дисциплине не предусмотрены.

### **8. Оценочные средства**

#### **8.1. Компетенции и этапы формирования**

| № п/п | Оценочные средства               | Компетенции, этапы их формирования |
|-------|----------------------------------|------------------------------------|
| 1     | Предметно-методический модуль    | ПК-6, ПК-3.                        |
| 2     | Психолого-педагогический модуль  | ПК-3.                              |
| 3     | Предметно-технологический модуль | ПК-6, ПК-3.                        |

#### **8.2. Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания**

| Шкала, критерии оценивания и уровень сформированности компетенции                                                                                                                                                                     |                       |                     |                        |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|---------------------|------------------------|
| 2 (не зачтено) ниже порогового                                                                                                                                                                                                        | 3 (зачтено) пороговый | 4 (зачтено) базовый | 5 (зачтено) повышенный |
| ПК-3 Способен реализовывать образовательные программы различных уровней в соответствии с современными методиками и технологиями, в том числе информационными, для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса                |                       |                     |                        |
| ПК-3.2 Осуществляет отбор предметного содержания, методов, приемов и технологий, в том числе информационных, обучения, организационных форм учебных занятий, средств диагностики в соответствии с планируемыми результатами обучения. |                       |                     |                        |

|                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                         |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Не способен осуществлять отбор предметного содержания, методов, приемов и технологий, в том числе информационных, обучения, организационных форм учебных занятий, средств диагностики в соответствии с планируемыми результатами обучения. | В целом успешно, но бессистемно осуществляет отбор предметного содержания, методов, приемов и технологий, в том числе информационных, обучения, организационных форм учебных занятий, средств диагностики в соответствии с планируемыми результатами обучения. | В целом успешно, но с отдельными недочетами осуществляет отбор предметного содержания, методов, приемов и технологий, в том числе информационных, обучения, организационных форм учебных занятий, средств диагностики в соответствии с планируемыми результатами обучения. | Способен в полном объеме осуществлять отбор предметного содержания, методов, приемов и технологий, в том числе информационных, обучения, организационных форм учебных занятий, средств диагностики в соответствии с планируемыми результатами обучения. |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

ПК-6 Способен проектировать содержание образовательных программ и их элементов

ПК-6.1 Участвует в проектировании основных и дополнительных образовательных программ.

|                                                                                            |                                                                                                                |                                                                                                                            |                                                                                                           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Не способен участвует в проектировании основных и дополнительных образовательных программ. | В целом успешно, но бессистемно участвует в проектировании основных и дополнительных образовательных программ. | В целом успешно, но с отдельными недочетами участвует в проектировании основных и дополнительных образовательных программ. | Способен в полном объеме участвовать в проектировании основных и дополнительных образовательных программ. |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|

ПК-6.2 Проектирует рабочие программы учебных предметов «Математика», «Алгебра», «Геометрия», «Информатика».

|                                                                                                                    |                                                                                                                                      |                                                                                                                                                  |                                                                                                                                 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Не способен проектировать рабочие программы учебных предметов «Математика», «Алгебра», «Геометрия», «Информатика». | В целом успешно, но бессистемно проектирует рабочие программы учебных предметов «Математика», «Алгебра», «Геометрия», «Информатика». | В целом успешно, но с отдельными недочетами проектирует рабочие программы учебных предметов «Математика», «Алгебра», «Геометрия», «Информатика». | Способен в полном объеме проектировать рабочие программы учебных предметов «Математика», «Алгебра», «Геометрия», «Информатика». |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

| Уровень сформированности компетенции | Шкала оценивания для промежуточной аттестации |  | Шкала оценивания по БРС |
|--------------------------------------|-----------------------------------------------|--|-------------------------|
|                                      | Экзамен                                       |  |                         |
| Повышенный                           | 5 (отлично)                                   |  | 90 – 100%               |
| Базовый                              | 4 (хорошо)                                    |  | 76 – 89%                |
| Пороговый                            | 3 (удовлетворительно)                         |  | 60 – 75%                |
| Ниже порогового                      | 2 (неудовлетворительно)                       |  | Ниже 60%                |

### 8.3. Вопросы промежуточной аттестации

#### Второй семестр (Экзамен, ПК-3.2, ПК-6.1, ПК-6.2)

1. Сформулировать понятие линейного пространства. Выделить признаки линейной зависимости и независимости векторов линейного пространства. Проиллюстрировать примерами
2. Сформулировать понятие линейного подпространства. Определить понятие ранга матрицы и системы векторов. Проиллюстрировать примерами
3. Сформулировать понятия операций над линейными пространствами. Проиллюстрировать понятия суммы и пересечения линейных подпространств на примерах
4. Сформулировать и доказать теорему Кронекера-Капелли. Проиллюстрировать применение на примерах
5. Сформулировать понятие линейного отображения. Сформулировать определение ядра линейного отображения. Проиллюстрировать на примерах метод нахождения ядра линейного отображения
6. Сформулировать понятие линейного отображения. Сформулировать определение образа линейного отображения. Проиллюстрировать на примерах метод нахождения образа линейного отображения
7. Сформулировать понятие линейного оператора. Сформулировать определение ядра и образа линейного оператора. Проиллюстрировать понятия ядра и образа на примере геометрического оператора.
8. Сформулировать понятие линейного оператора. Сформулировать определение ядра и образа линейного оператора. Проиллюстрировать нахождения ядра линейного оператора, заданного матрицей.
9. Сформулировать понятие линейного оператора. Сформулировать определение ядра и образа линейного оператора. Проиллюстрировать нахождения образа линейного оператора, заданного матрицей.
10. Сформулировать понятие линейного оператора. Сформулировать понятие матрицы линейного оператора. Описать ее нахождение на примере геометрического линейного оператора.

11. Сформулировать понятие линейного оператора. Сформулировать определение ядра и образа линейного оператора. Доказать теорему о связи размерностей ядра и образа линейного оператора.
12. Описать понятие координат вектора в базисе. Доказать теорему о разложении вектора по базису. Сформулировать понятие матрицы координат вектора в базисе.
13. Сформулировать понятие размерности линейного пространства. Доказать теорему о связи размерностей суммы и пересечения линейных подпространств.
14. Описать операцию замены координат вектора при замене базиса. Выяснить связь между координатами векторов в различных базисах
15. Сформулировать понятие матрицы линейного оператора в базисе. Доказать теорему о замене матрицы линейного оператора при замене базиса в линейном пространстве
16. Сформулировать определение собственных чисел и собственных векторов линейного оператора. Проиллюстрировать эти понятия на примере геометрического оператора
17. Сформулировать определение собственных чисел и собственных векторов линейного оператора. Сформулировать понятие характеристического уравнения. Описать метод нахождения собственных чисел с использованием характеристического уравнения
18. Сформулировать определение собственных чисел и собственных векторов линейного оператора. Описать метод нахождения собственных чисел. Проиллюстрировать примерами
19. Доказать инвариантность характеристического уравнения и собственных чисел для линейного оператора.
20. Определить основные операции над линейными подпространствами. Описать метод нахождения базиса в сумме линейных подпространств.
21. Определить основные операции над линейными подпространствами. Описать метод нахождения базиса в пересечении линейных подпространств.
22. Описать понятие собственного подпространства. Продемонстрировать алгоритм нахождения собственных подпространств в случае простых корней характеристического уравнения
23. Описать понятие собственного подпространства. Продемонстрировать алгоритм нахождения собственных подпространств в случае кратных корней характеристического уравнения
24. Сформулировать понятие инвариантного подпространства относительно действия линейного оператора. Повести сравнение с понятием собственного подпространства. Проиллюстрировать примерами
25. Сформулировать понятие алгебраической и геометрической кратности собственного числа. Привести примеры.
26. Определить понятие группы. Описать основные свойства группы. Ввести терминологию. Привести примеры групп.
27. Описать понятие порядка группы. Привести примеры группы конечного и бесконечного порядка. Привести примеры подгрупп
28. Определить понятия кольца. Описать и доказать свойства колец. Привести примеры различных видов колец.
29. Описать понятие делителей нуля в кольце. Привести примеры колец с делителями нуля.
30. Описать понятие поля. Выделить понятия аддитивной и мультипликативной группы поля. Привести примеры полей.
31. Рассмотреть построение таблицы Кэли на примере групп подстановок. Проиллюстрировать на данном примере нахождение обратного элемента, подгрупп, описание свойств группы по таблице Кэли
32. Рассмотреть построение таблицы Кэли на примере групп симметрий правильного многоугольника. Проиллюстрировать на данном примере нахождение обратного элемента, подгрупп, описание свойств группы по таблице Кэли.
33. Сформулировать понятие подгруппы. Сформулировать и доказать теорему Лагранжа о порядке подгруппы конечной группы. Проиллюстрировать на примерах

34. Сформулировать понятие симметризации. Построить поле комплексных чисел методом пар.
35. Определить понятие поля частных. Привести пример поля частных
36. Сформулировать понятие изоморфизма алгебраической структуры. Привести примеры изоморфизма колец, полей, групп.
37. Определить понятие отношения эквивалентности, факторизации, смежных классов. Проиллюстрировать это понятие примерами из теории групп.
38. Сформулировать определение нормальной подгруппы. Продемонстрировать построение факторгруппы.
39. Сформулировать понятие алгебраической формы записи комплексного числа. Определить действия над комплексными числами в алгебраической форме.
40. Описать геометрическое представление комплексных чисел. Сформулировать понятие модуля комплексного числа. Описать его свойства.
41. Сформулировать понятие тригонометрической формы комплексного числа. Доказать формулы перехода от алгебраической к тригонометрической форме записи комплексного числа и обратно, связать с геометрическим представлением комплексного числа
42. Сформулировать понятие тригонометрической формы комплексного числа Доказать формулу умножения комплексных чисел в тригонометрической форме.
43. Сформулировать понятие тригонометрической формы комплексного числа. Доказать формулу деления комплексных чисел в тригонометрической форме.
44. Сформулировать понятие тригонометрической формы комплексного числа. Вывести формулу Муавра и формулу корней  $n$ -ой степени из комплексного числа.
45. Описать группу комплексных корней из 1. Доказать изоморфизм данной группы с группой симметрий.
46. Сформулировать понятие первообразного корня из единицы. Рассмотреть свойства первообразных корней.
47. Описать матричное представление комплексных чисел. Доказать изоморфизм полей матриц и поля комплексных чисел
48. Сформулировать понятие тела. Описать тело кватернионов. Описать операции в теле кватернионов.
49. Описать матричное представление кватернионов.
50. Провести сравнительный анализ понятий группа, кольцо, поле, линейное пространство, тело

### **Третий семестр (Экзамен, ПК-3.2, ПК-6.1)**

1. Описать понятие делителя натурального числа. Сформулировать и доказать теорему о числе натуральных делителей
2. Описать понятие делителя натурально числа. Сформулировать и доказать теорему о сумме натуральных делителей
3. Описать понятие кратного натурального числа. Проиллюстрировать связь между делителями и кратными
4. Описать понятие канонического разложения числа.
5. Описать понятие простого числа. Доказать основные свойства простых чисел
6. Описать понятие наибольшего общего делителя. Описать методы нахождения наибольшего общего делителя
7. Описать понятие наибольшего общего делителя. Описать нахождение с помощью алгоритма Евклида
8. Описать связь между наибольшим общим делителем и наименьшим общим кратным
9. Доказать теорему о делении с остатком для целых чисел. Проиллюстрировать нахождение неполного частного и остатка для различных случаев. Исследовать теорему о делении с остатком с точки зрения школьного курса.
10. Описать понятие идеала кольца целых чисел. Выделить понятие главного идеала. Доказать теорему о связи этих понятий в кольце целых чисел.
11. Дать определение простых и составных чисел, переформулировать их на языке, доступном

школьнику. Сформулировать и доказать основные свойства взаимно простых чисел.

12. Сформулировать понятие канонического разложения числа на простые множители. Описать прием канонического разложения числа на простые множители. Проиллюстрировать примерами
13. Сформулировать понятие делителей числа. Доказать теорему об общем виде делителя числа по его каноническому разложению. Привести примеры
14. Сформулировать понятие делителей числа. Доказать теорему о количестве делителей натурального числа. Проиллюстрировать применение теоремы примерами.
15. Сформулировать понятие делителей числа. Доказать теорему о сумме делителей натурального числа. Проиллюстрировать применение теоремы примерами.
16. Сформулировать понятие простого числа. Доказать теорему о бесконечности множества простых чисел. Описать алгоритм построения таблицы простых чисел (решето Эратосфена).
17. Сформулировать понятие наибольший общий делитель, переформулировать на языке, понятном школьнику. Доказать основные свойства наибольшего общего делителя, интерпретировать их применение для вычисления наибольшего общего делителя.
18. Сформулировать понятие наибольший общий делитель, переформулировать на языке, понятном школьнику. Исследовать способ вычисления наибольшего общего делителя с помощью канонического разложения
19. Сформулировать понятие наименьшего общего кратного, переформулировать на языке, понятном школьнику. Исследовать способ вычисления наименьшего общего кратного с помощью канонического разложения
20. Сформулировать понятие наименьшего общего кратного, переформулировать на языке, понятном школьнику. Доказать основные свойства наименьшего общего кратного. Доказать теорему о связи наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного.
21. Определить алгоритм Евклида. Проиллюстрировать его применение для нахождения наибольшего общего делителя.
22. Сформулировать понятие конечной цепной дроби. Исследовать применение алгоритма Евклида для разложения рационального числа в цепную дробь
23. Рассмотреть понятие подходящих дробей, обосновать алгоритм нахождения числителей и знаменателей подходящих дробей.
24. Рассмотреть понятие подходящих дробей, исследовать их применение к сокращению рациональных чисел и к оценке точности приближения иррационального числа рациональной дробью.
25. Сформулировать и доказать теорему о разложимости наибольшего общего делителя двух чисел в виде линейной комбинации. Описать метод нахождения коэффициентов разложения.
26. Дать понятие сравнения. Описать основные свойства сравнений и проиллюстрировать их применение к решению сравнений
27. Сформулировать понятие полной системы вычетов. Рассмотреть свойства классов вычетов, необходимые для построения кольца классов вычетов. Описать кольцо классов вычетов
28. Рассмотреть приведенную систему вычетов. Соотнести понятие приведенной системы вычетов с полной системой и с понятием мультипликативной группы кольца
29. Описать мультипликативную группу кольца  $\mathbb{Z}_n$ . Классифицировать кольца  $\mathbb{Z}_n$  по модулю.
30. Выявить условие, при котором кольцо вычетов является полем. Обосновать это утверждение.
31. Дать определение понятия сравнения. Доказать свойства сравнений, имеющих одинаковый модуль.
32. Дать определение понятия сравнения. Доказать свойства сравнений, имеющих разные модули.
33. Описать множество решений сравнения, имеющего составной модуль, используя понятия сравнения по простому модулю.



34. Дать определение функции Эйлера. Рассмотреть понятие мультипликативной функции. Доказать мультипликативность функции Эйлера.
35. Дать определение функции Эйлера. Вывести формулу для вычисления функции Эйлера по каноническому разложению числа.
36. Сформулировать и доказать теоремы Эйлера и Ферма. Проиллюстрировать их применение при решении сравнений.
37. Установить связь между степенью и числом решений сравнения. Классифицировать сравнения первой степени по числу решений
38. Описать метод решения сравнения первой степени с помощью таблицы Кэли. Рассмотреть различные случаи
39. Описать метод решения сравнения первой степени по большому модулю с использованием подходящих дробей.
40. Описать метод Гаусса решения систем сравнений по одному модулю. Проиллюстрировать примерами
41. Описать метод Крамера решения систем сравнений по одному модулю. Проиллюстрировать примерами
42. Описать решение систем сравнений по различным модулям. Проиллюстрировать примерами
43. Описать методы решения сравнений высших степеней. Привести примеры.
44. Сформулировать и доказать теорему Вильсона
45. Сформулировать понятие канонического разложения числа на простые множители. Описать прием канонического разложения числа на простые множители. Проиллюстрировать примерами
46. Дать определение понятия сравнения. Доказать свойства сравнений, имеющих разные модули.
47. Сформулировать и доказать теоремы Эйлера и Ферма. Проиллюстрировать их применение при решении сравнений.
48. Дать определение простых и составных чисел, переформулировать их на языке, доступном школьнику. Сформулировать и доказать основные свойства взаимно простых чисел.
49. Дать определение функции Эйлера. Рассмотреть понятие мультипликативной функции. Доказать мультипликативность функции Эйлера.
50. Сформулировать понятие наибольший общий делитель, переформулировать на языке, понятном школьнику. Исследовать способ вычисления наибольшего общего делителя с помощью канонического разложения

#### **Четвертый семестр (Экзамен, ПК-3.2, ПК-6.1, ПК-6.2)**

1. Опишите построение кольца многочленов от одной переменной понятия простого трансцендентного расширения коммутативного кольца.
2. Сформулируйте и докажите теорему о существовании простого трансцендентного расширения коммутативного кольца.
3. Сформулируйте и докажите теорему об изоморфизме колец полиномов.
4. Сформулируйте понятие степени полинома, свяжите его с определением степени, формируемым в школьном курсе, докажите основные свойства степени полинома.
5. Проведите сравнительную характеристику алгебраического и функционального равенства полиномов, установите связь с математическим анализом.
6. Сформулируйте и докажите теорему Безу. Проиллюстрируйте ее применение.
7. Сформулируйте и докажите теорему о наибольшем количестве корней полинома в области целостности.
8. Сформулируйте и докажите теорему о делении с остатком в кольце многочленов, проведите сравнительный анализ с аналогичной теоремой для целых чисел.
9. Опишите понятие алгоритма Евклида для многочленов, доказать его конечность.
10. Сформулировать понятие наибольшего общего делителя многочленов.  
Описать нахождение наибольшего общего делителя с помощью алгоритма Евклида.

11. Сформулируйте понятие наименьшего общего кратного многочленов. Опишите нахождение наименьшего общего кратного с помощью алгоритма Евклида
12. Сформулируйте понятие неприводимого многочлена над кольцом, провести сравнение с понятием простого числа. Сформулируйте понятие канонического разложения многочлена на неприводимые множители, провести сравнение с аналогичными понятиями в теории чисел. Докажите теорему о единственности разложения
13. Сформулируйте понятие канонического разложения многочлена на неприводимые множители, проведите сравнение с аналогичными понятиями в теории чисел. Опишите применение канонического разложения для нахождения НОДа и НОКа полиномов.
14. Сформулируйте понятие формальной производной многочлена. Рассмотрите связь этого понятия с аналогичным понятием в математическом анализе. Приведите пример использования данного понятия для отделения кратных корней многочлена
15. Сформулируйте алгоритм построения схемы Горнера. Приведите пример ее использования для деления многочлена на двучлен и определения значения многочлена в точке.
16. Рассмотрите формулу Тейлора для многочленов, проведите сравнительный анализ с данной формулой в математическом анализе. Опишите применение схемы Горнера для разложения многочлена по степеням двучлена.
17. Рассмотрите метод решения уравнения третьей степени. Исследуйте возможность использования данного метода в школьном курсе
18. Исследуйте структуру множества решений кубического уравнения с действительными коэффициентами. Докажите теорему о зависимости структуры множества решений от дискриминанта
19. Рассмотрите метод решения уравнения четвертой степени. Исследуйте возможность использования данного метода в школьном курсе.
20. Рассмотрите метод решения уравнения четвертой степени. Исследуйте возможность использования данного метода в школьном курсе.
21. Рассмотрите многочлены над вещественным полем. Опишите все неприводимые над данным полем многочлены. Доказать теорему о неприводимых над полем вещественных чисел многочленах.
22. Рассмотрите многочлены над вещественным полем. Докажите теорему о сопряженности корней полинома над вещественным полем
23. Сформулировать и доказать основную теорему алгебры. Описать все неприводимые над полем комплексных чисел многочлены.
24. Рассмотреть многочлены над полем рациональных чисел. Сформулировать и доказать критерий Эйзенштейна неприводимости многочленов над полем рациональных чисел. Рассмотреть применение данного критерия при решении задач школьного курса
25. Описать построение кольца многочленов от нескольких переменных. Сформулировать понятие алгебраической независимости элементов кольца. Рассмотреть связь с понятием трансцендентного элемента.
26. Описать построение кольца многочленов от нескольких переменных. Рассмотреть понятие кратного трансцендентного расширения и доказать существование такого расширения для коммутативного кольца.
27. Сформулировать и доказать теорему об изоморфизме колец многочленов от нескольких переменных над изоморфными кольцами
28. Сформулировать понятие нормального представления многочлена и степени полинома от нескольких переменных. Сравнить эти понятия с аналогичными для многочленов от одной переменной.
29. Сформулировать и доказать необходимое и достаточное условие существования нетривиального НОДа двух многочленов. Сформулировать понятие результата.
30. Сформулировать и доказать необходимое и достаточное условие существования нетривиального НОДа двух многочленов. Сформулировать понятие результата.

31. Рассмотреть применение результата к исключению неизвестных из систем. Проиллюстрировать на примерах из школьного курса.
32. Сформулировать понятие лексико-графического упорядочения многочленов. Ввести понятие высшего члена полинома.
33. Сформулировать и доказать лемму о высшем члене произведения полиномов..
34. Сформулировать понятие симметрического полинома. Рассмотреть основные леммы о симметрических полиномах. Доказать первую лемму (о равенстве высших членов полиномов).
35. Сформулировать понятие симметрического полинома. Рассмотреть основные леммы о симметрических полиномах. Доказать вторую лемму.
36. Сформулировать понятие симметрического полинома. Рассмотреть основные леммы о симметрических полиномах. Доказать третью лемму (о конечности убывающей последовательности полиномов).
37. Сформулировать понятие симметрического полинома. Рассмотреть основные леммы о симметрических полиномах. Доказать четвертую лемму.
38. Сформулировать и доказать основную теорему о симметрических многочленах.
39. Сформулировать и доказать теорему Виета для полиномов. Рассмотреть ее применение к решению задач школьного курса.
40. Сформулировать и доказать теорему о связи полиномов Штурма с количеством корней полинома на промежутке. Рассмотреть связь данной теоремы с численными методами решения уравнений и решением задач школьного курса и ЕГЭ
41. Рассмотреть построение системы полиномов Штурма. Выяснить основные свойства полиномов Штурма.
42. Описать понятие системы полиномов Штурма. Рассмотреть метод отделения корней полиномов с помощью системы Штурма
43. Сформулируйте теорему о целых и рациональных корнях полинома с целым коэффициентом.
44. Описать построение кольца многочленов от нескольких переменных. Сформулировать понятие алгебраической независимости элементов кольца. Рассмотреть связь с понятием трансцендентного элемента.
45. Сформулируйте понятие формальной производной многочлена. Рассмотрите связь этого понятия с аналогичным понятием в математическом анализе. Приведите пример использования данного понятия для отделения кратных корней многочлена
46. Сформулируйте и докажите теорему о существовании простого трансцендентного расширения коммутативного кольца
47. Сформулировать и доказать теорему о связи полиномов Штурма с количеством корней полинома на промежутке. Рассмотреть связь данной теоремы с численными методами решения уравнений и решением задач школьного курса и ЕГЭ
48. Сформулировать понятие симметрического полинома. Рассмотреть основные леммы о симметрических полиномах. Доказать первую лемму (о равенстве высших членов полиномов).
49. Описать построение кольца многочленов от нескольких переменных. Рассмотреть понятие кратного трансцендентного расширения и доказать существование такого расширения для коммутативного кольца.
50. Описать построение кольца многочленов от нескольких переменных. Рассмотреть понятие кратного трансцендентного расширения и доказать существование такого расширения для коммутативного кольца.

#### **8.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена.

Экзамен по дисциплине или ее части имеет цель оценить сформированность общекультурных, профессиональных и специальных компетенций, теоретическую подготовку студента, его способность к творческому мышлению, приобретенные им навыки самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их при

решении практических задач.

При балльно-рейтинговом контроле знаний итоговая оценка выставляется с учетом набранной суммы баллов.

Собеседование (устный ответ) на зачете

Для оценки сформированности компетенции посредством собеседования (устного ответа) студенту предварительно предлагается перечень вопросов или комплексных заданий, предполагающих умение ориентироваться в проблеме, знание теоретического материала, умения применять его в практической профессиональной деятельности, владение навыками и приемами выполнения практических заданий.

При оценке достижений студентов необходимо обращать особое внимание на:

- усвоение программного материала;
- умение излагать программный материал научным языком;
- умение связывать теорию с практикой;
- умение отвечать на видоизмененное задание;
- владение навыками поиска, систематизации необходимых источников литературы по изучаемой проблеме;
- умение обосновывать принятые решения;
- владение навыками и приемами выполнения практических заданий;
- умение подкреплять ответ иллюстративным материалом.

Устный ответ на экзамене

При определении уровня достижений студентов на экзамене необходимо обращать особое внимание на следующее:

- дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос;
- показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные его признаки, причинно-следственные связи;
- знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей;
- ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента;
- теоретические постулаты подтверждаются примерами из практики.

Письменная контрольная работа

Виды контрольных работ: аудиторные, домашние, текущие, экзаменационные, письменные, графические, практические, фронтальные, индивидуальные.

Система заданий письменных контрольных работ должна:

- выявлять знания студентов по определенной дисциплине (разделу дисциплины);
- выявлять понимание сущности изучаемых предметов и явлений, их закономерностей;
- выявлять умение самостоятельно делать выводы и обобщения;
- творчески использовать знания и навыки.

Требования к контрольной работе по тематическому содержанию соответствуют устному ответу.

Также контрольные работы могут включать перечень практических заданий.

## **9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы**

### **Основная литература**

1. Михалева, М. М. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / М. М. Михалева, Б. М. Веретенников . - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. - Ч. 1. - 51 с. - URL : [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=276012&sr=1](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=276012&sr=1)

2. Сикорская, Г. А. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г. А. Сикорская. - Оренбург : ОГУ, 2017. - 304 с. - URL : [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=485715&sr=1](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=485715&sr=1)

3. Тартышников, Е. Е. Основы алгебра [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Е. Е. Тартышников. - М. : Физматлит, 2017. - 464 с. - URL : <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=485535>

### **Дополнительная литература**

1. Киселев, А.П. Алгебра / А.П. Киселев. – Москва : Физматлит, 2014. – Ч. 2. – 247 с. –

Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457664> (дата обращения: 30.09.2019). – ISBN 978-5-9221-1548-3. – Текст : электронный.

2. Шеина, Г.В. Теория и практика решения задач по алгебре / Г.В. Шеина ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский педагогический государственный университет». – Москва : МПГУ, 2015. – Ч. 2. – 120 с. : ил. Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=471250> (дата обращения: 30.09.2019). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4263-0218-1. – Текст электронный.

## **10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. <http://edu.ru> - Федеральный портал «Российской образование».
2. <http://mathprofi.ru> - Высшая математика для заочников и не только.
3. <http://www.allmath.ru/mathan.htm> - Вся математика в одном месте. Это математический портал, на котором можно найти любой материал по математическим дисциплинам. Здесь представлены школьная, высшая, прикладная, олимпиадная математика.

## **11. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины (модуля)**

При освоении материала дисциплины необходимо:

- спланировать и распределить время, необходимое для изучения дисциплины;
- конкретизировать для себя план изучения материала;
- ознакомиться с объемом и характером внеаудиторной самостоятельной работы для полноценного освоения каждой из тем дисциплины.

Сценарий изучения курса:

- проработайте каждую тему по предлагаемому ниже алгоритму действий;
- изучив весь материал, выполните итоговый тест, который продемонстрирует готовность к сдаче зачета.

Алгоритм работы над каждой темой:

- изучите содержание темы вначале по лекционному материалу, а затем по другим источникам;
- прочитайте дополнительную литературу из списка, предложенного преподавателем;
- выпишите в тетрадь основные категории и персоналии по теме, используя лекционный материал или словари, что поможет быстро повторить материал при подготовке к зачету;
- составьте краткий план ответа по каждому вопросу, выносимому на обсуждение на лабораторном занятии;
- выучите определения терминов, относящихся к теме;
- продумайте примеры и иллюстрации к ответу по изучаемой теме;
- подберите цитаты ученых, общественных деятелей, публицистов, уместные с точки зрения обсуждаемой проблемы;
- продумывайте высказывания по темам, предложенным к лабораторному занятию.

Рекомендации по работе с литературой:

- ознакомьтесь с аннотациями к рекомендованной литературе и определите основной метод изложения материала того или иного источника;
- составьте собственные аннотации к другим источникам на карточках, что поможет при подготовке рефератов, текстов речей, при подготовке к зачету;
- выберите те источники, которые наиболее подходят для изучения конкретной темы.

## **12. Перечень информационных технологий**

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе используется программное обеспечение, позволяющее осуществлять поиск, хранение, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители, организацию взаимодействия в реальной и виртуальной образовательной среде.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины студентами фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

### **12.1 Перечень программного обеспечения**

1. Microsoft Windows 7 Pro .
2. Microsoft Office Professional Plus 2010 г.
3. 1С: Университет ПРОФ

### **12.2 Перечень информационно-справочных систем**

1. Информационно-правовая система «ГАРАНТ» (<http://www.garant.ru>)
2. Справочная правовая система «Консультант Плюс» ( <http://www.consultant.ru>)

### **12.2 Перечень современных профессиональных баз данных**

1. Профессиональная база данных «Открытые данные Министерства образования и науки РФ» (<http://xn---8sblcdzzacvuc0jbg.xn--80abucjiibhy9a.xn--p1ai/opendata/>)
2. Электронная библиотечная система Znanium.com( <http://znanium.com/>)
3. Единое окно доступа к образовательным ресурсам (<http://window.edu.ru>)

## **13. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Для проведения аудиторных занятий необходим стандартный набор специализированной учебной мебели и учебного оборудования, а также мультимедийное оборудование для демонстрации презентаций на лекциях. Для проведения практических занятий, а также организации самостоятельной работы студентов необходим компьютерный класс с рабочими местами, обеспечивающими выход в Интернет.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе необходимо наличие программного обеспечения, позволяющего осуществлять поиск информации в сети Интернет, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители.

**Учебная аудитория для проведения учебных занятий. ( № 320 главного учебного корпуса)**

**Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.**

Помещение оснащено оборудованием и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Автоматизированное рабочее место в составе (учебный мультимедийный комплекс трибуна, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

**Учебная аудитория для проведения учебных занятий. ( № 103 главного учебного корпуса)**

**Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.**

Помещение оснащено оборудованием и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Автоматизированное рабочее место в составе (системный блок, монитор, клавиатура, мышь, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

**Помещение для самостоятельной работы.( № 226 главного учебного корпуса)**

Помещение оснащено оборудованием и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Компьютерная техника с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета (персональный компьютер 10 шт.).

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.